





- 1 Beispiel und Grundlagen
- 2 Quadratsummenzerlegung
- 3 Testprozedur
- 4 Durchführung mittels SPSS

Einführende Literatur

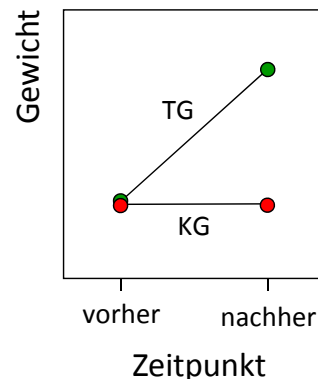
-  Bortz, J. & Schuster, Ch. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (7. Auflage). Berlin: Springer. [Kap. 18.2.1]
-  Eid, M., Gollwitzer, M. & Schmitt, M. (2010). *Statistik und Forschungsmethoden*. Weinheim: Beltz. [Kap. 14.2]

Weiterführende Literatur

-  Keppel, G. & Wickens, T. D. (2004). *Design and analysis. A researchers handbook* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson. [Chap. 18-20]
-  Maxwell, S. E. & Delaney, H. D. (2004). *Designing experiments and analyzing data. A model comparison approach* (2nd ed.). New York: Psychology Press. [Chap. 12]

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung: Beispiel

- **Beispiel** (modifiziert aus Howell, 2010): Bei 48 Frauen (Mädchen) mit der Diagnose Anorexia nervosa (Magersucht) wurde die Wirksamkeit der kognitiven Verhaltenstherapie mit der der Familientherapie und einer (Warte-) Kontrollgruppe verglichen. Dazu wurde vor und nach den Behandlungen das Körpergewicht in kg erfasst.
- Das 3×2 faktorielle Design beinhaltet einen Faktor mit (Zeitpunkt) und einen Faktor ohne (Therapiemethode) Messwiederholung. Ferner liegen gleiche Stichprobenumfängen vor ($n = 16$ Pt in jeder Gruppe).
- Die Wirksamkeit einer Therapiemethode (TG) im Vergleich zur Kontrollgruppe (KG) würde sich wie rechts dargestellt in einer Wechselwirkung mit dem Zeitpunkt niederschlagen!



		Zeitpunkt	
Therapie	Vp	vorher	nachher
Kontroll- gruppe	1	40.4	40.1
	2	45.9	43.2
	3	37.0	43.2
	...		
	16	42.8	44.2
Kognitive Verhaltens- therapie	1	40.3	41.1
	2	42.5	42.8
	3	40.8	40.7
	...		
	16	41.7	42.7
Familien- therapie	1	41.9	47.6
	2	41.7	47.2
	3	43.0	45.8
	...		
	16	43.7	49.0

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

- Das Design wie im Beispiel mit einem Faktor mit und einem Faktor ohne Messwiederholung wird sehr häufig in der Evaluationsforschung eingesetzt und auch als **split-plot design** bezeichnet (und leider in einigen Büchern – z.B. dem Lehrbuch von Keppel & Wickens, 2004 – auch als gemischtes Design. Hier und bei andere Autoren wird dieser Begriff aber für Designs reserviert, in denen feste mit zufälligen Faktoren kombiniert werden).
- Den Fall zweier Messwiederholungsfaktoren behandeln wir nicht (siehe z.B. Maxwell & Delaney, 2004, Kap. 24).

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

Faktor A mit MW

$j = 1 \dots m$ Faktorstufen (hier $m = 2$)

➤ Datenstruktur und Notation sehen wie folgt aus:

Faktor B
ohne MW
 $k = 1 \dots q$
Faktorstufen
(hier $q = 3$)

Therapie	Vp i	Zeitpunkt	
		vorher	nachher
Kontrollgruppe	1	40.4	40.1
	2	45.9	43.2
	...		
	16	42.8	44.2
Kognitive Verhaltenstherapie	1	40.3	41.1
	2	42.5	42.8
	...		
	16	41.7	42.7
Familien-therapie	1	41.9	47.6
	2	41.7	47.2
	...		
	16	43.7	49.0

x_{ijk}

$\bar{x}_{1\bullet} = 40.25$
$\bar{x}_{2\bullet} = 44.55$
...
$\bar{x}_{16\bullet} = 43.50$
$\bar{x}_{1\bullet 2} = 40.70$
$\bar{x}_{2\bullet 2} = 42.65$
...
$\bar{x}_{16\bullet 2} = 42.20$
$\bar{x}_{1\bullet 3} = 44.75$
$\bar{x}_{2\bullet 3} = 44.45$
...
$\bar{x}_{16\bullet 3} = 46.35$

$\bar{x}_{\bullet\bullet 1} = 40.81$
$\bar{x}_{\bullet\bullet 2} = 41.67$
$\bar{x}_{\bullet\bullet 3} = 43.30$

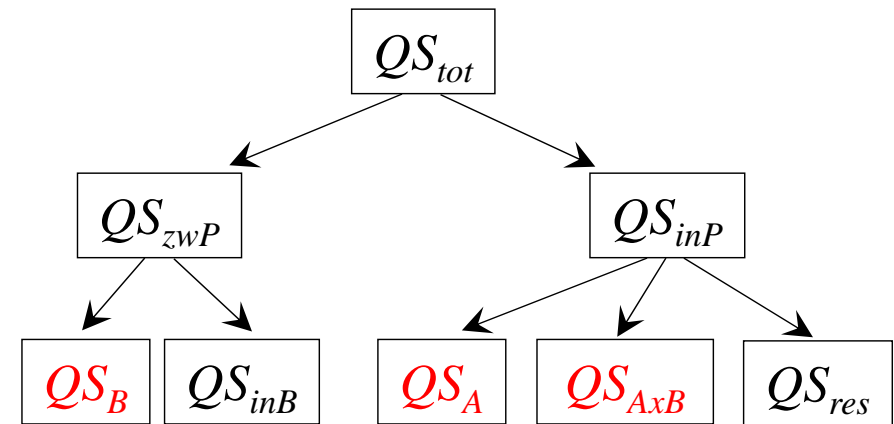
$i = 1 \dots n_k$ Personen unter allen Faktorstufen von B

$\bar{x}_{\bullet 1\bullet} = 41.11$	$\bar{x}_{\bullet 2\bullet} = 42.75$
--------------------------------------	--------------------------------------

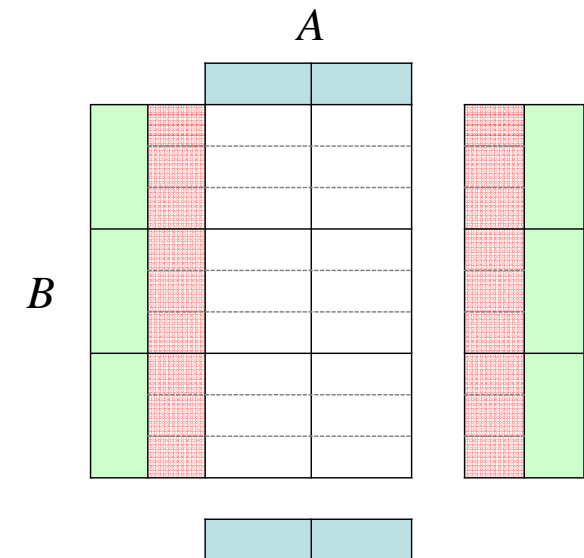
$\bar{x}_{\bullet\bullet\bullet} = \bar{x} = 41.93$

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

➤ Beim split-plot Design ergibt sich bei einem Messwiederholungsfaktor A und einem Faktor B (im Falle gleicher Stichprobenumfänge $n_{\bullet} = n_1 = \dots = n_q$ unter allen Faktorstufen von B) die folgende Quadratsummenzerlegung:



- Die Gesamt- QS lassen sich zunächst aufspalten in die QS zwischen (zwP) und innerhalb der Personen (inP).
- Die QS_{zwP} als Variabilität der Personenmittelwerte geht auf den Faktor B (QS_B ; Haupteffekt für B) und die Variabilität innerhalb der Faktorstufen von B (QS_{inB}) zurück (analog zur Durchführung einer einfaktoriellen Varianzanalyse ohne MW mit den Mittelwerten der Personen als Messwerte).
- Die QS_{inP} geht auf den Faktor A , die Interaktion AxB und eine Residual-Quadratsumme zurück, die die Interaktion des Faktors A mit den Personen P innerhalb einer Faktorstufe von B beinhaltet (also unterschiedliche Reaktionen der Pt zu beiden Zeitpunkten in den Therapien)



Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

$$QS_{tot} = \sum_{i=1}^{n_{\bullet}} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^q (x_{ijk} - \bar{x})^2 = 1283.890 \text{ mit } df_{tot} = m \cdot n_{\bullet} \cdot q - 1 = 95$$

$$QS_{zWP} = m \cdot \sum_{k=1}^q \sum_{i=1}^{n_{\bullet}} (\bar{x}_{i \cdot k} - \bar{x})^2 = 793.880 \text{ mit } df_{zWP} = n_{\bullet} \cdot q - 1 = 47$$

$$QS_{inP} = QS_{tot} - QS_{zWP} = 490.010 \text{ mit } df_{inP} = n_{\bullet} \cdot q \cdot (m - 1) = 48$$

$$QS_B = n_{\bullet} \cdot m \cdot \sum_{k=1}^q (\bar{x}_{\bullet \cdot k} - \bar{x})^2 = 102.533 \text{ mit } df_B = q - 1 = 2$$

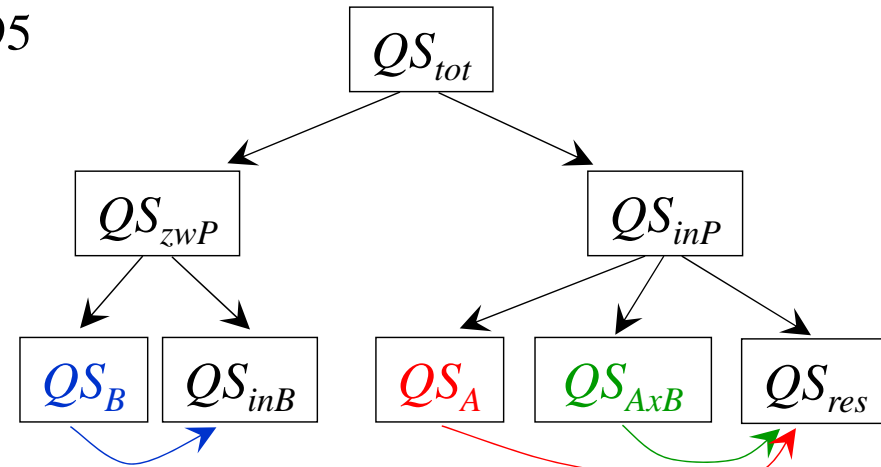
$$QS_{inB} = QS_{zWP} - QS_B = 691.347 \text{ mit } df_{inB} = q \cdot (n_{\bullet} - 1) = 45$$

$$QS_A = n_{\bullet} \cdot q \cdot \sum_{j=1}^m (\bar{x}_{\bullet j \cdot} - \bar{x})^2 = 64.354 \text{ mit } df_A = m - 1 = 1$$

$$QS_{Zelle} = n_{\bullet} \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^q (\bar{x}_{\bullet jk} - \bar{x})^2 = 235.235 \quad (\text{„Hilfs“-Quadratsumme zur Berechnung})$$

$$QS_{AxB} = QS_{Zelle} - QS_A - QS_B = 68.348 \text{ mit } df_{AxB} = (m - 1) \cdot (q - 1) = 2$$

$$QS_{res} = QS_{inP} - QS_A - QS_{AxB} = 357.308 \text{ mit } df_{res} = q \cdot (m - 1) \cdot (n_{\bullet} - 1) = 45$$



Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

➤ Als Prüfgrößen resultieren:

$$F_A = \frac{MQ_A}{MQ_{res}} = \frac{QS_A / df_A}{QS_{res} / df_{res}} = \frac{64.354/1}{357.308/45} = 8.105 \text{ mit } df_1 = m - 1 = 1; df_2 = q \cdot (m - 1) \cdot (n_{\bullet} - 1) = 45$$

$$F_B = \frac{MQ_B}{MQ_{inB}} = \frac{QS_B / df_B}{QS_{inB} / df_{inB}} = \frac{102.533/2}{691.347/45} = 3.337 \text{ mit } df_1 = q - 1 = 2; df_2 = q \cdot (n_{\bullet} - 1) = 45$$

$$F_{AxB} = \frac{MQ_{AxB}}{MQ_{res}} = \frac{QS_{AxB} / df_{AxB}}{QS_{res} / df_{res}} = \frac{68.348/2}{357.308/45} = 4.304 \text{ mit } df_1 = (m - 1) \cdot (q - 1) = 2$$
$$df_2 = q \cdot (m - 1) \cdot (n_{\bullet} - 1) = 45$$

Die Entscheidungen bei $\alpha = 0.05$ ergeben sich aus der Basis der F-Werte wie folgt:

$$F_A = 8.105 > F_{crit} = F_{m-1; q \cdot (m-1) \cdot (n-1); 1-\alpha} = F_{1; 45; 0.95} = 4.057$$

$$F_B = 3.337 > F_{crit} = F_{q-1; q \cdot (n-1); 1-\alpha} = F_{2; 45; 0.95} = 3.204$$

$$F_{AxB} = 4.304 > F_{crit} = F_{(m-1) \cdot (q-1); q \cdot (m-1) \cdot (n-1); 1-\alpha} = F_{2; 45; 0.95} = 3.204$$

Alle drei Effekte erweisen sich also als statistisch signifikant ($p < .05$).

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

- Da das split-plot design eine Kombination von Designs mit und ohne Messwiederholungsfaktoren sind, stellen auch die **Voraussetzungen** eine Kombination der Anforderungen beider Designs dar.
- Neben der **Unabhängigkeit** der Beobachtungen und der **Normalverteilungsannahme** muss dann für den Faktor B (ohne MW) **Varianzhomogenität** in allen Stufen gelten, die wieder mit dem Levene-Test geprüft werden kann.
- Zudem muss gelten, dass (a) in jeder der q Stufen von B die **Sphärizität** der Varianz-Kovarianzmatrix für die Faktorstufen von A (mit MW) gilt und (b), dass diese q Matrizen **gleich** sind (alles wie immer in der Population). Bei Verstößen gegen (a) können wieder die Greenhouse-Geisser bzw. Feldt-Huynh Korrekturen angewandt werden. Bei Verstößen gegen (b) sind die Tests relativ robust, wenn gleiche Stichprobenumfänge vorliegen.

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Faktor *B*: Therapie, codiert
 0 = Kontrollgruppe
 1 = kognitive VT
 2 = Familientherapie

AV in den beiden Faktor-
 stufen von Faktor *A*.

Therapie		Vp	Zeitpunkt	
			vorher	nachher
Kontroll- gruppe	1		40.4	40.1
	2		45.9	43.2
	...			
	16		42.8	44.2
Kognitive Verhaltens- therapie	1		40.3	41.1
	2		42.5	42.8
	...			
	16		41.7	42.7
Familien- therapie	1		41.9	47.6
	2		41.7	47.2
	...			
	16		43.7	49.0

anorexie.sav [DataSet1] - IBM SPSS Statistics Dateneditor

Datei Bearbeiten Ansicht Daten Transformiere Analysieren Direktmarketing Grafik Extras Fenster Hilfe

Sichtbar: 3 von 3 Variablen

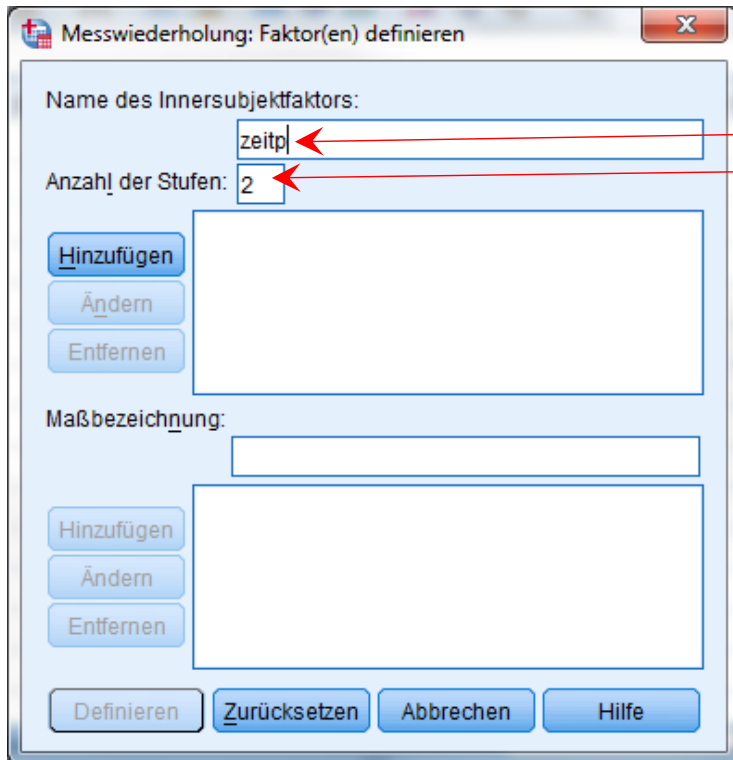
	therapy	prae	post	var	var	var
1	0	40,4	40,1			
2	0	45,9	43,2			
3	0	37,0	43,2			
4	0	44,2	39,1			
5	0	43,7	37,6			
6	0	40,3	36,8			
7	0	39,2	42,3			
8	0	38,8	38,7			
9	0	44,4	39,8			
10	0	40,7	44,8			
11	0	39,1	40,7			
12	0	35,3	40,9			

Datenansicht Variablenansicht

IBM SPSS Statistics -Prozessor ist bereit Unicode:ON

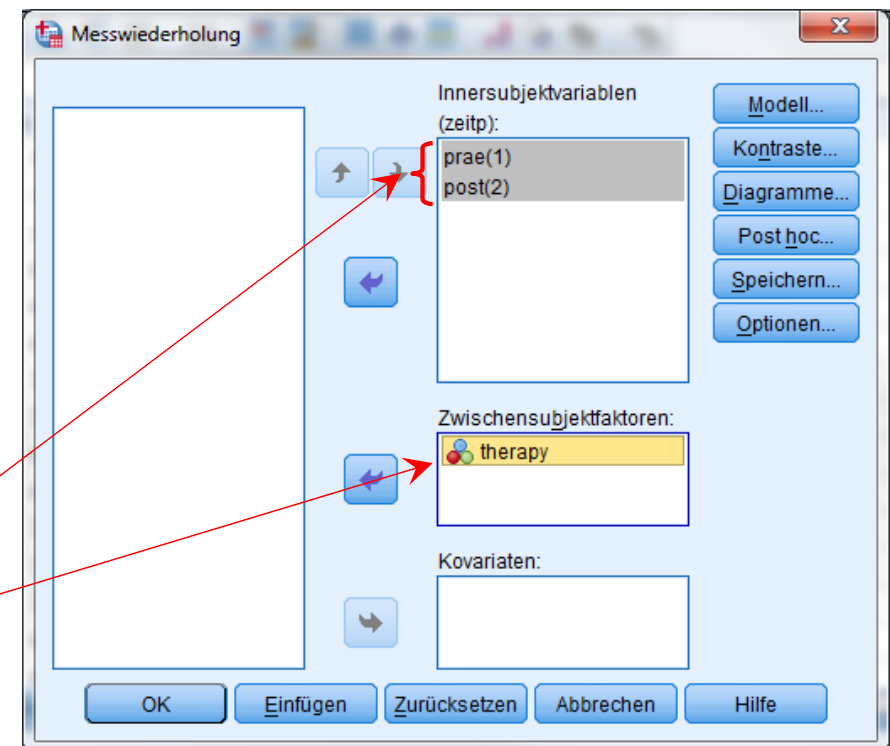
Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Liegt mindestens ein Messwiederholungsfaktor vor, so findet man die univariate ANOVA immer unter `Analyse > Univariate > Modell > Messwiederholung...`

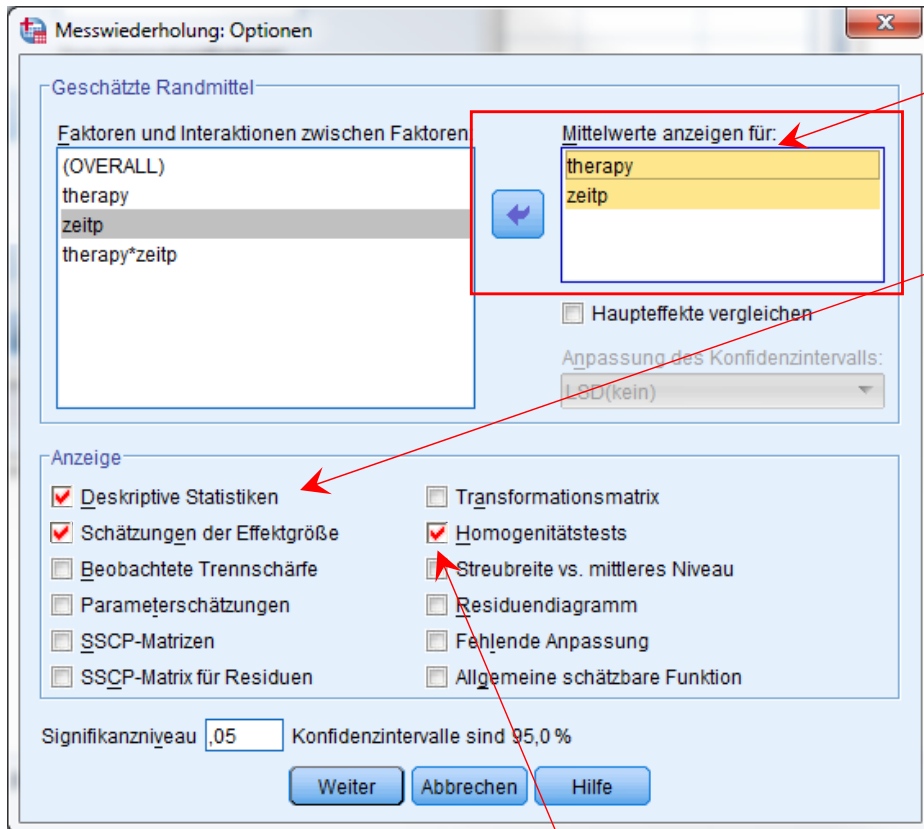


Hier sind wieder der Name des Messwiederholungsfaktors (hier zeitp genannt) und die Zahl der Faktorstufen (hier: 2) anzugeben.

Neben den Variablen, die die AV in den Faktorstufen des Messwiederholungsfaktors enthalten (prae und post), ist auch der Faktor ohne MW (therapy) anzugeben.



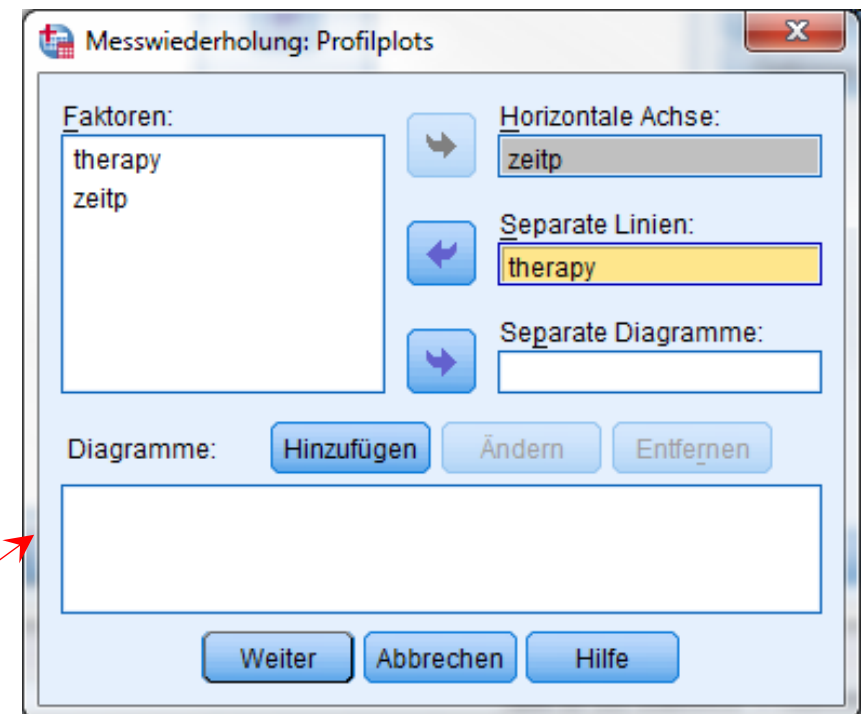
Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS



Hier sind wieder deskriptive Statistiken und ggf. Effektstärken anzufordern. Randmittel der Faktoren ohne MW werden nur ausgegeben, wenn sie unter „Mittelwerte anzeigen für“ angefordert werden. Ausgegeben werden dann die ungewichteten Randmittel (was bei gleichem n wie hier keine Rolle spielt.)

Bei Aktivierung der Option „Homogenitätstests“ wird der Levene-Test ausgegeben.

Zudem werden wie üblich unter (Diagramme) Mittelwertsdiagramme angefordert.



Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Deskriptive Statistiken

	therapy	Mittelwert	Standardabweichung	N
prae	0 KG	41,006	2,9361	16
	1 KVT	40,888	2,7425	16
	2 FT	41,431	2,4341	16
	Gesamt	41,108	2,6642	48
post	0 KG	40,619	2,4707	16
	1 KVT	42,444	4,7667	16
	2 FT	45,175	4,3610	16
	Gesamt	42,746	4,3416	48

Wie man sieht, werden nebenstehend die Randmittelwerte des Faktors ohne MW (Faktor *B* Therapie) nicht ausgegeben. Diese entnimmt man der Tabelle „Geschätzte Randmittel“.

Geschätzte Randmittel

2. zeitp

Maß: MASS_1

zeitp	Mittelwert	Standardfehler	95%-Konfidenzintervall	
			Untergrenze	Obergrenze
1	41,108	,391	40,320	41,897
2	42,746	,576	41,585	43,907

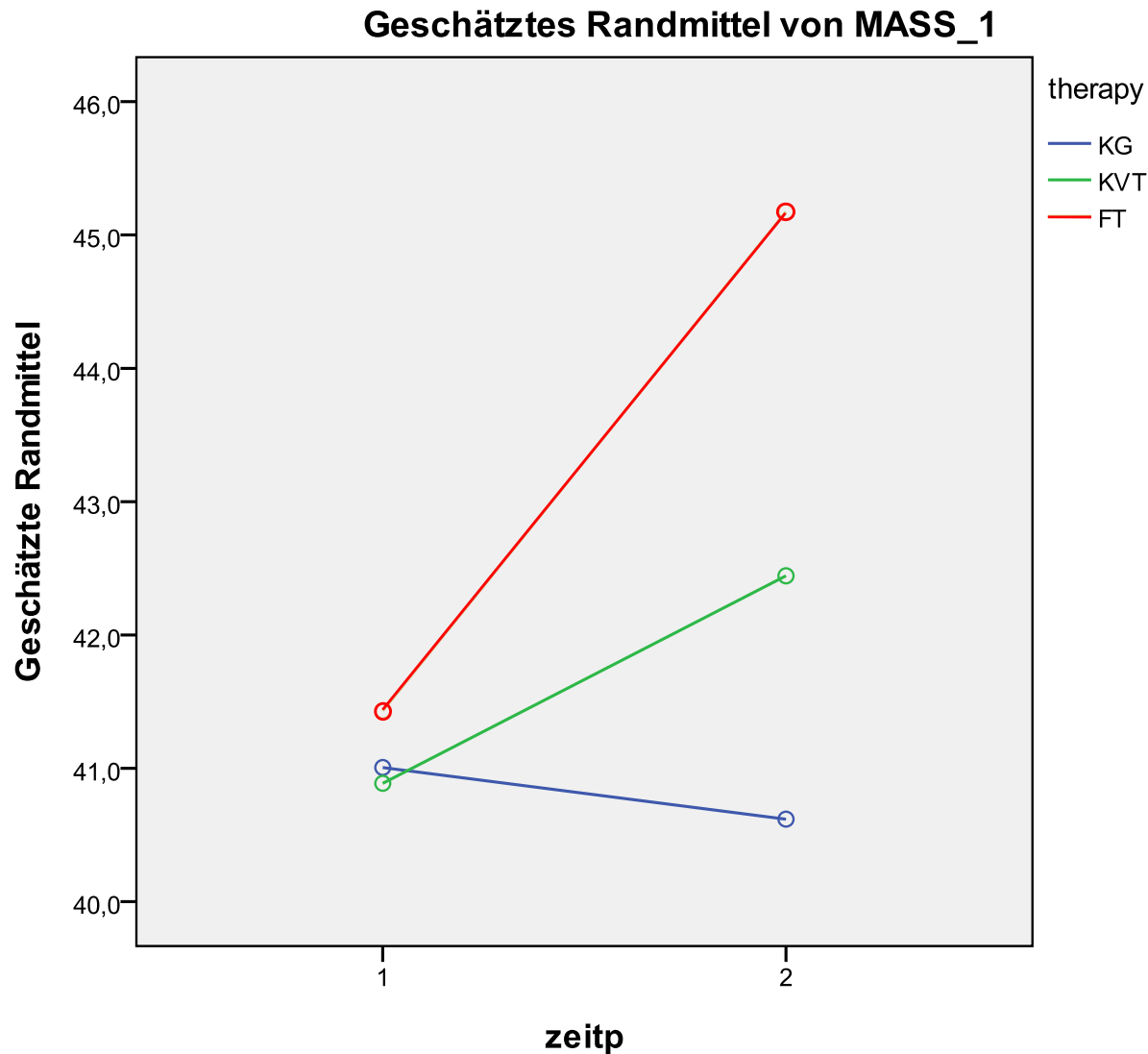
1. therapy

Maß: MASS_1

therapy	Mittelwert	Standardfehler	95%-Konfidenzintervall	
			Untergrenze	Obergrenze
0 KG	40,813	,693	39,417	42,208
1 KVT	41,666	,693	40,270	43,061
2 FT	43,303	,693	41,908	44,699

$\bar{x}_{\cdot jk}$	vorher	nachher	$\bar{x}_{\bullet\bullet k}$
KG	41.006	40.619	40.813
KVT	40.888	42.444	41.666
FT	41.431	45.175	43.303
$\bar{x}_{\cdot j\bullet}$	41.108	42.746	41.927

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS



Im Anschluss an die signifikante Wechselwirkung könnten nun Kontraste bestimmt werden, z.B. den Interaktionskontrast bzgl. der Frage, ob der Zuwachs des Gewichts in der FT (Familientherapie) statistisch signifikant größer ist als in der KVT (kognitiven Verhaltenstherapie).

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Levene-Test auf Gleichheit der Fehlervarianzen^a

	F	df1	df2	Sig.
prae	,769	2	45	,470
post	2,449	2	45	,098

Prüft die Nullhypothese, daß die Fehlervarianz der abhängigen Variablen über Gruppen hinweg gleich ist.

a. Design: Konstanter Term + therapy
Innersubjektdesign: zeitp

SPSS gibt den Levene-Test für jede Faktorstufe von A getrennt aus, obwohl die Varianzhomogenität nur für die Randmittel der Personen in den Gruppen gelten muss.

Besteht Homogenität in allen Gruppen, so gilt dies auch für die Randmittel. Hier ergibt sich zum Post-Zeitpunkt bei einem α von 0.10 (oder höher) ein statistisch signifikanter Effekt. Die gleichen Stichprobenumfänge erhöhen hier aber die Robustheit bei Verstößen gegen die Varianzhomogenitätsforderung.

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Mauchly-Test auf Sphärizität^b

Maß: MASS_1

Innersubjekteffekt	Mauchly-W	Approximiertes Chi-Quadrat	df	Sig.	Epsilon ^a		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Untergrenze
zeitp	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000

Prüft die Nullhypothese, daß sich die Fehlerkovarianz-Matrix der orthonormalisierten transformierten abhängigen Variablen proportional zur Einheitsmatrix verhält.

a. Kann zum Korrigieren der Freiheitsgrade für die gemittelten Signifikanztests verwendet werden. In der Tabelle mit den Tests der Effekte innerhalb der Subjekte werden korrigierte Tests angezeigt.

b. Design: Konstanter Term + therapy
Innersubjektdesign: zeitp

Im Falle nur zweier Messzeitpunkte wie hier gibt es nur eine Differenzvariable und damit auch keine testbare Sphärizitätsanforderung (und keine ϵ -Korrekturen).

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Tests der Innersubjekteffekte

Maß: MASS_1

Quelle		Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
zeitp	Sphärizität angenommen	64,354	1	64,354	8,105	,007
	Greenhouse-Geisser	64,354	1,000	64,354	8,105	,007
	Huynh-Feldt	64,354	1,000	64,354	8,105	,007
	Untergrenze	64,354	1,000	64,354	8,105	,007
zeitp * therapy	Sphärizität angenommen	68,348	2	34,174	4,304	,019
	Greenhouse-Geisser	68,348	2,000	34,174	4,304	,019
	Huynh-Feldt	68,348	2,000	34,174	4,304	,019
	Untergrenze	68,348	2,000	34,174	4,304	,019
Fehler(zeitp)	Sphärizität angenommen	357,308	45	7,940		
	Greenhouse-Geisser	357,308	45,000	7,940		
	Huynh-Feldt	357,308	45,000	7,940		
	Untergrenze	357,308	45,000	7,940		

Hier sehen wir die Tests für den Haupteffekt des MW-Faktors A und der Interaktion $A \times B$ (Zeilen aufgebaut wie bei der einfakt. ANOVA mit MW). Da bei zwei Faktorstufen keine Verletzung der Sphärizitätsbedingung auftreten kann, liefern die Korrekturen keine abweichenden Ergebnisse. Das Gewicht der anorektischen Patientinnen ist zum zweiten Zeitpunkt statistisch signifikant höher, $F(1, 45) = 8.11, p < .05$. Aufgrund der statistisch signifikanten Interaktion, $F(2, 45) = 4.30, p < .05$, ist der Haupteffekt aber von untergeordneter Bedeutung.

Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung in SPSS

Tests der Zwischensubjekteffekte

Maß: MASS_1
Transformierte Variable: Mittel

Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Konstanter Term	168756,510	1	168756,510	10984,418	,000
therapy	102,533	2	51,266	3,337	,045
Fehler	691,347	45	15,363		

Der Test für den Faktor B (allg. für alle Faktoren) ohne Messwiederholung wird in einer separaten Tabelle ausgegeben. Auch dieser statistisch signifikante Haupteffekt, $F(2, 45) = 3.34$, $p < 0.05$, wird aufgrund der statistisch signifikanten Interaktion nicht interpretiert.